

Pismeni dio ispita iz **Matematike I**, 13.06.2013.

GRUPA A

1. Riješiti jednačinu u skupu kompleksnih brojeva:  $z^6 - \sqrt{2}z^3 + 1 = 0$ .
2. Naći jednačinu ravni koja sadrži osu  $Oz$ , a sa ravni  $\alpha : 2x + y - z\sqrt{5} = 0$  zaklapa ugao od  $60^\circ$ .
3. Ispitati funkciju i nacrtati graf:  $y = xe^{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}$ .
4. Izračunati integral  $I = \int \frac{xe^{\arctg x} dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$ .

GRUPA B

1. Riješiti jednačinu u skupu kompleksnih brojeva:  $z^6 = (2 + 2i\sqrt{3})^3$ .
2. Odrediti odnos pravih  $a : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1}$  i  $b : \frac{x}{4} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z-3}{2}$ . Zatim naći pravu koja prolazi kroz tačku  $S(-1, 1, -1)$  i siječe obje date prave.
3. Ispitati funkciju i nacrtati graf:  $y = \ln(2e^x - 1)$ .
4. Izračunati integral  $\int \frac{\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x} dx$ .

GRUPA C

1. Riješiti jednačinu u skupu kompleksnih brojeva:  $z^6 = \left(\frac{4}{i\sqrt{3}-1}\right)^{12}$ .
2. Naći jednačinu ravni koja prolazi kroz tačku  $A(-3, 1, 1)$  i kroz pravu  $a : \begin{cases} z = 0 \\ x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$ .
3. Ispitati funkciju i nacrtati graf:  $y = \frac{x^2 - 5}{x^4 - 5x^2 + 4}$ .
4. Izračunati integral  $\int \frac{\ln^2 x}{x^{n+1}} dx, n \in \mathbb{N}$ .

GRUPA D

1. Ako je  $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ , izračunati  $1 + z^{100} + z^{200}$ .
2. Na pravoj  $a: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{-3}$  naći tačku koja je jednako udaljena od tačaka  $A(2, 1, 7)$  i  $B(-4, 3, 1)$ .
3. Ispitati funkciju i nacrtati graf:  $y = \frac{1-x^4}{4x^2-5}$ .
4. Izračunati integral  $\int \frac{dx}{(2+\sin x)^2}$ .

GRUPA E

1. Ako je  $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ , izračunati  $1 + z^{102} + z^{104}$ .
2. Data je prava  $a: \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 (\pi_1) \\ x - y + 2z + 2 = 0 (\pi_2) \end{cases}$  i prava  $b: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$ . Ako se ravan  $\pi_1$  siječe sa pravom  $b$  u tački  $A$ , a ravan  $\pi_2$  siječe pravu  $b$  u tački  $B$ , naći ravan koja sadrži pravu  $a$  i središte duži  $AB$ .
3. Ispitati funkciju i nacrtati graf:  $y = xe^{\frac{1}{x^2-1}}$ .
4. Izračunati integral  $\int \frac{x^3 \arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .